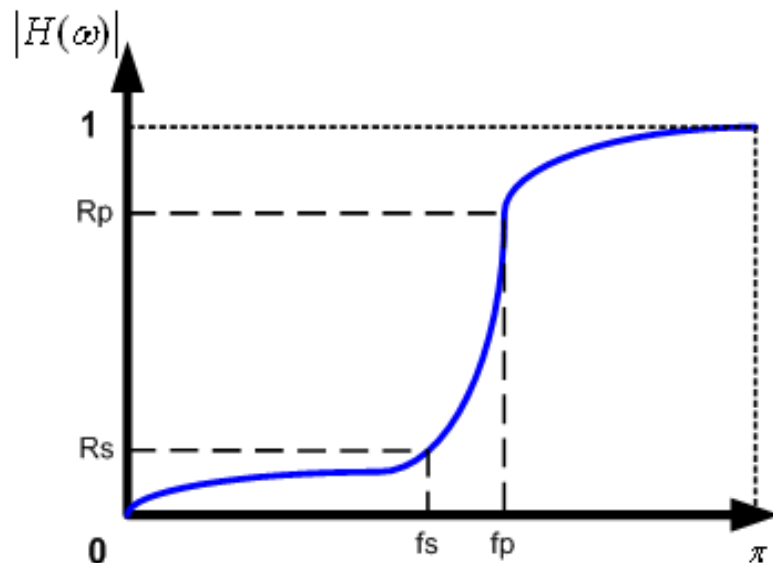


Steps to Design IIR Digital Filter

1. Sketch Magnitude Response of Digital Filter as the specification needed
2. Determine Digital Frequency of Required Filter
3. Convert digital frequency to analogue frequency
4. Backward Process : Determine Cut off Frequency of Normalized LPF
5. Determine Filter Order
6. Design Normalized LPF Analogue Filter
7. Forward Process : Design Analogue Filter as needed specification via analog to analog transformation
8. Design digital filter from analogue filter via analog to digital transformation (bilinear/impulse invarian)

Langkah-langkah perancangan filter digital IIR

Langkah 1. Gambarkan respon magnitude filter digital sesuai spesifikasi yang diinginkan



- Contoh gambar di samping adalah butterworth HPF.
- f_s dan f_p dalam satuan Hz.
- R_p dan R_s dalam satuan dB.

Langkah 2. Tentukan frekuensi digital dari spesifikasi filter

$$\omega_p = \frac{2\pi f_p}{F_s}$$

$$\omega_s = \frac{2\pi f_s}{F_s}$$

- F_s adalah frekuensi sampling dalam satuan Hz, atau $F_s = 1/T_s$ dimana T_s adalah periode sampling dalam satuan detik.
- ω_p dan ω_s adalah frekuensi digital dalam satuan rad/sample.
- f_p dan f_s didapat dari langkah 1.

Langkah 3. Konversikan frekuensi digital ke frekuensi analog

$$\Omega_p = 2F_s \tan\left(\frac{\omega_p}{2}\right)$$

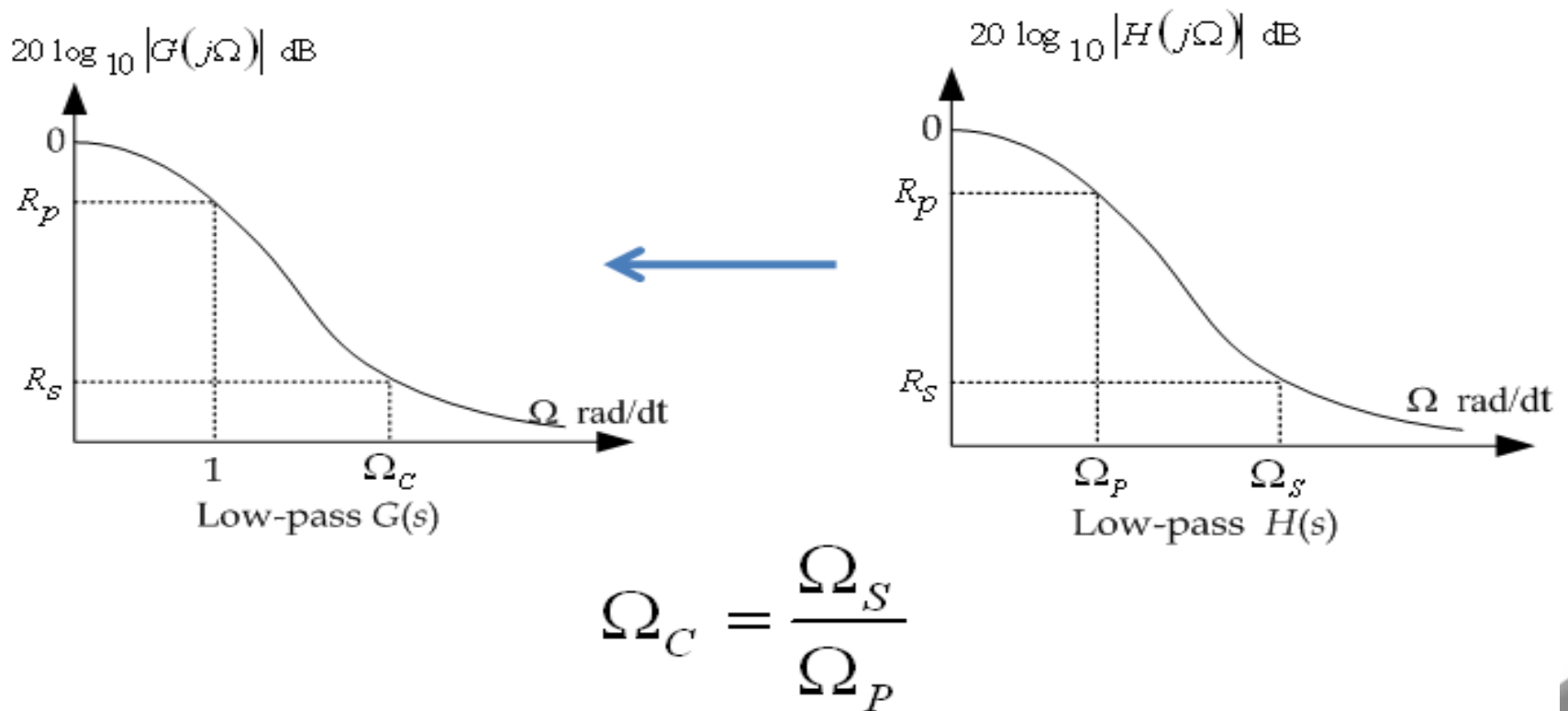
$$\Omega_s = 2F_s \tan\left(\frac{\omega_s}{2}\right)$$

- F_s adalah frekuensi sampling dalam satuan Hz.
- Ω_p dan Ω_s adalah frekuensi analog dalam satuan rad/detik.
- ω_p dan ω_s didapat dari langkah 2.

Langkah 4. Tentukan frekuensi cut off LPF ternormalisasi (proses backward)

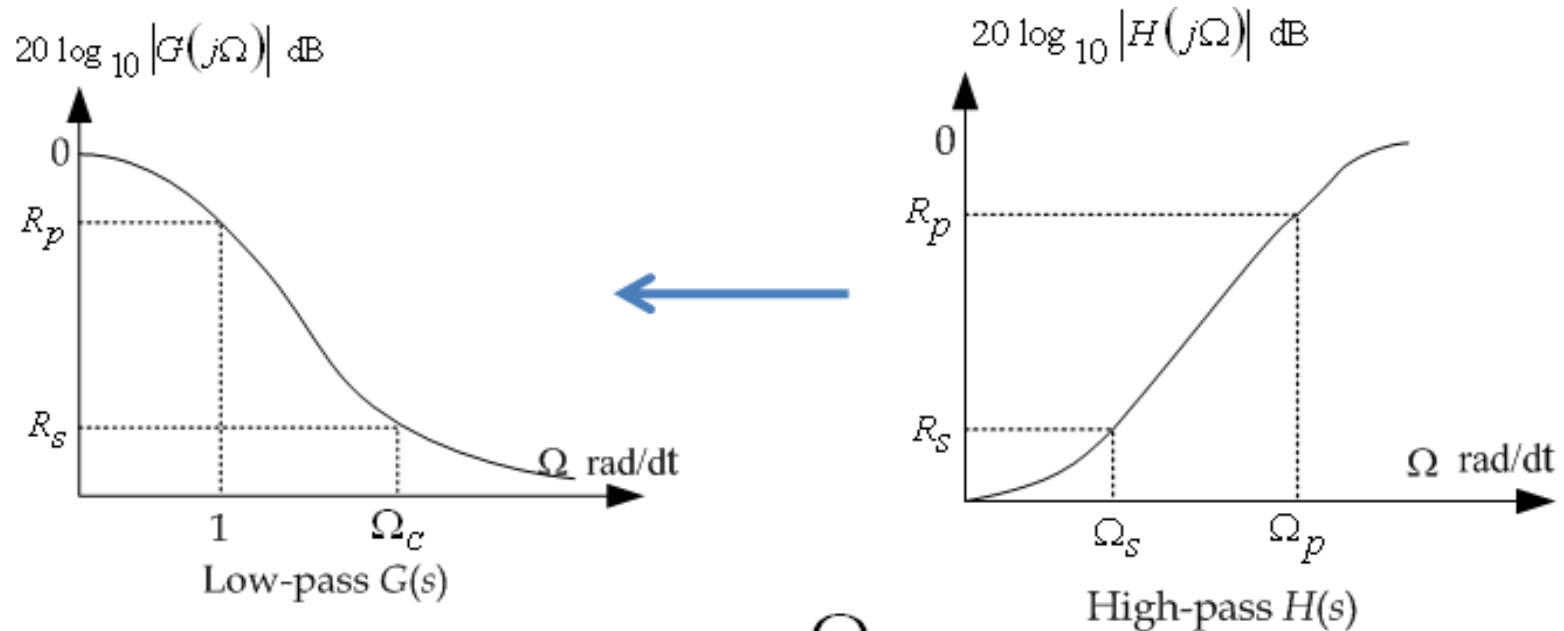
- Dalam langkah ini sesuaikan dengan spesifikasi filter yang diinginkan, karena memiliki rumus yang berbeda-beda untuk tiap filter LPF, HPF, BPF, maupun BSF.
- Lihat pada slide selanjutnya.

Langkah 4 untuk backward LPF



- Ω_p dan Ω_s didapat dari langkah 3.
- Ω_c adalah frekuensi cut off LPF ternormalisasi.

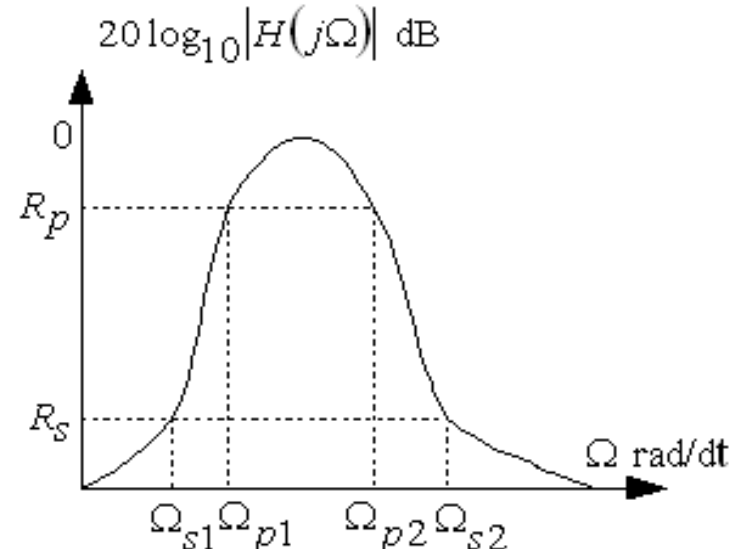
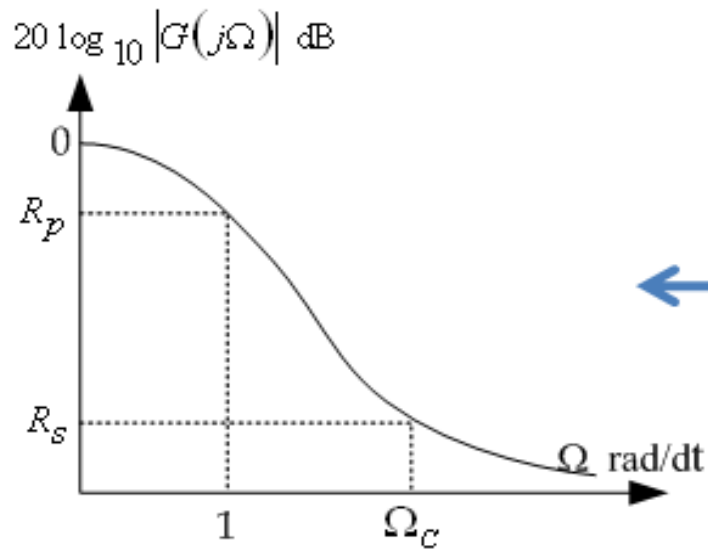
Langkah 4 untuk backward HPF



$$\Omega_C = \frac{\Omega_P}{\Omega_S}$$

- Ω_P dan Ω_S didapat dari langkah 3.
- Ω_C adalah frekuensi cut off LPF ternormalisasi.

Langkah 4 untuk backward BPF



Low-pass $G(s)$

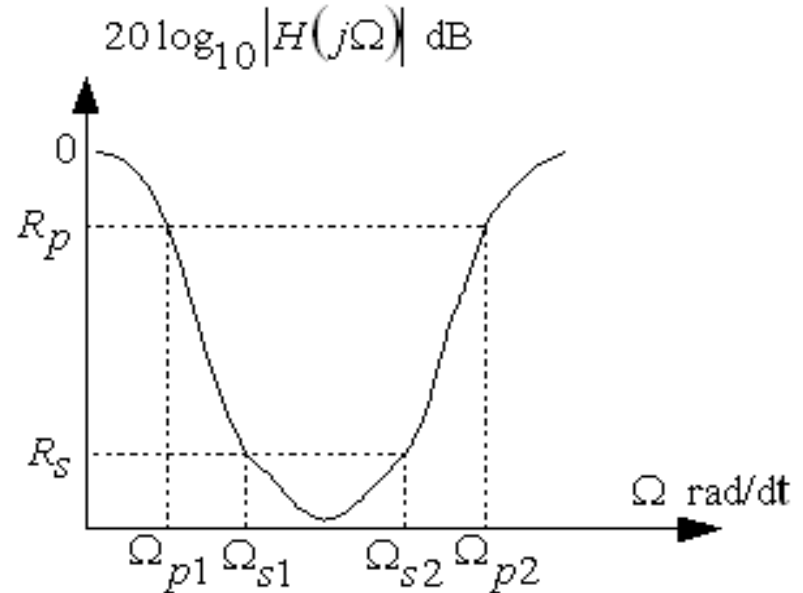
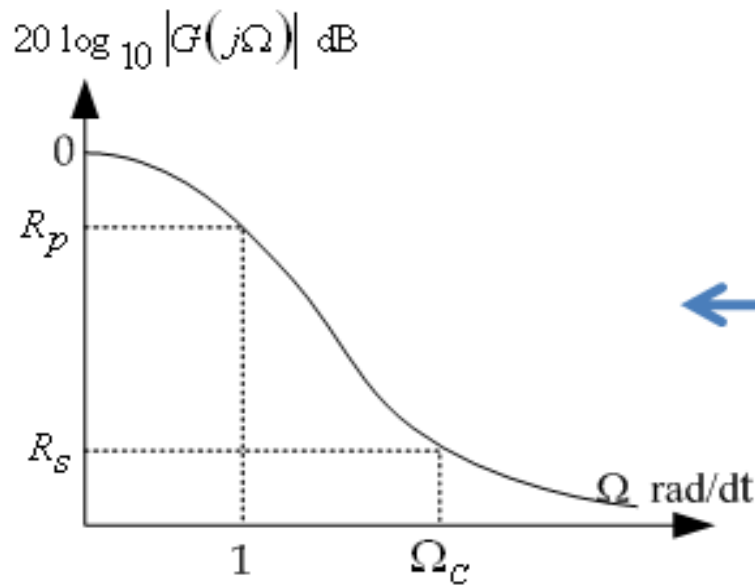
$$A = \frac{-\Omega_{s1}^2 + \Omega_{p1}\Omega_{p2}}{\Omega_{s1}(\Omega_{p2} - \Omega_{p1})}$$

$$B = \frac{-\Omega_{s2}^2 + \Omega_{p1}\Omega_{p2}}{\Omega_{s2}(\Omega_{p2} - \Omega_{p1})}$$

$$\Omega_C = \min \{ |A|, |B| \}$$

- Ω_{p1} , Ω_{p2} , Ω_{s1} dan Ω_{s2} didapat dari langkah 3.
- Ω_C adalah frekuensi cut off LPF ternormalisasi.

Langkah 4 untuk backward BSF



Low-pass $G(s)$

$$A = \frac{\Omega_{s1} (\Omega_{p2} - \Omega_{p1})}{-\Omega_{s1}^2 + \Omega_{p1} \Omega_{p2}}$$

$$B = \frac{\Omega_{s2} (\Omega_{p2} - \Omega_{p1})}{-\Omega_{s2}^2 + \Omega_{p1} \Omega_{p2}}$$

$$\Omega_C = \min \{ |A|, |B| \}$$

- Ω_{p1} , Ω_{p2} , Ω_{s1} dan Ω_{s2} didapat dari langkah 3.

Ω_c adalah frekuensi cut off LPF ternormalisasi.

Langkah 5. Menentukan orde filter

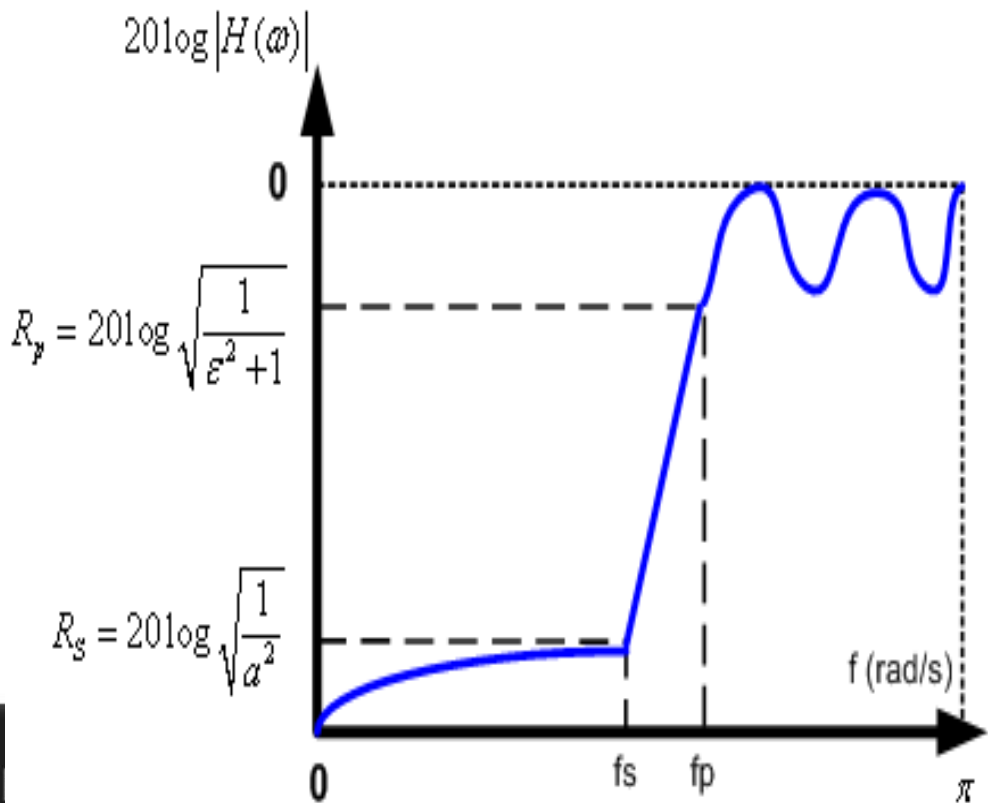
Orde filter butterworth:

$$n = \left\lceil \frac{\log \left(\frac{10^{-R_p/10} - 1}{10^{-R_s/10} - 1} \right)}{2 \log \left(\frac{1}{\Omega_c} \right)} \right\rceil$$

- n adalah orde filter, merupakan pembulatan ke atas.
- Ω_c didapat dari langkah 4.
- R_p dan R_s adalah redaman passband dan stopband dalam satuan dB.

Orde filter Chebyshev 1-2 :

- orde filter n pembulatan ke atas, R_p dan R_s dalam dB.
- Ω_c didapat dari langkah 4.



$$a^2 = 10^{\frac{-R_s}{10}}$$

$$\epsilon^2 = 10^{\frac{-R_p}{10}} - 1$$

$$g = \sqrt{\frac{a^2 - 1}{\epsilon^2}}$$

$$n = \left\lceil \frac{\log \left(g + \sqrt{g^2 - 1} \right)}{\log \left(\Omega_c + \sqrt{\Omega_c^2 - 1} \right)} \right\rceil$$

Langkah 6. Desain filter analog LPF ternormalisasi

- Pada tahap ini ditentukan fungsi transfer $H_n(s)$ filter analog LPF ternormalisasi, N adalah orde filter.
- Filter butterworth LPF ternormalisasi orde N :

$$H_n(s) = \frac{1}{s^N + a_1 s^{N-1} + a_2 s^{N-2} + \dots + a_{N-1} s + a_N}$$

N	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
1	1.0000							
2	1.4142	1.0000						
3	2.0000	2.0000	1.0000					
4	2.6131	3.4142	2.6131	1.0000				
5	3.2361	5.2361	5.2361	3.2361	1.0000			
6	3.8637	7.4641	9.1416	7.4641	3.8637	1.0000		
7	4.4940	10.0978	14.5918	14.5918	10.0978	4.4940	1.0000	
8	5.1258	13.1371	21.8462	25.6884	21.8462	13.1372	5.1258	1.0000

Filter Chebyshev 1-2 LPF ternormalisasi orde N :

$$H_n(s) = \frac{K_n}{s^N + b_{N-1}s^{N-1} + b_{N-2}s^{N-2} + \dots + b_2s^2 + b_1s + b_0}$$

$$K_n = \begin{cases} b_0 & \text{odd } n \\ \frac{b_0}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} & \text{even } n \end{cases}$$

- Odd= ganjil.
- Even= genap.

Tabel Chebyshev 1-2 untuk ripple 0,5 dB dan 1 dB

n	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9
Untuk a. ripple ½ dB ($\epsilon = 0.34931$ $\epsilon^2 = 0.12201$)										
1	2.86277									
2	1.51620	1.42562								
3	0.71569	1.53489	1.25291							
4	0.37905	1.02545	1.71687	1.19739						
5	0.17892	0.75252	1.30958	1.93737	1.17249					
6	0.09476	0.43267	1.17186	1.58976	2.17185	1.15918				
7	0.04473	0.28072	0.75565	1.64790	1.86941	2.41265	1.15122			
8	0.02369	0.15254	0.57356	1.14859	2.18402	2.14922	2.65675	1.14608		
9	0.01118	0.09412	0.34082	0.98362	1.61139	2.78150	2.42933	2.90273	1.14257	
10	0.00592	0.04929	0.23727	0.62697	1.52743	2.14424	3.4493	2.70974	3.14987	1.14007
a. ripple 1 dB ($\epsilon = 0.50885$ $\epsilon^2 = 0.25892$)										
1	1.96522									
2	1.10251	1.09773								
3	0.49130	1.23841	0.98834							
4	0.27562	0.74262	1.45393	0.95281						
5	0.12282	0.58053	0.97440	1.68882	0.93682					
6	0.06891	0.30709	0.93935	1.20214	1.93083	0.92825				
7	0.03071	0.21367	0.54862	1.35754	1.42879	2.17608	0.92312			
8	0.01723	0.10735	0.44783	0.84682	1.83690	1.65516	2.42303	0.91981		
9	0.00767	0.07061	0.24419	0.78631	1.20161	2.37812	1.88148	2.67095	0.91755	
10	0.00430	0.03450	0.18245	0.45539	1.24449	1.61299	2.98151	2.10785	2.91947	0.91593

Tabel Chebyshev 1-2 untuk ripple 2 dB dan 3 dB

n	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9
a. ripple 2 dB ($\epsilon = 0.76478$ $\epsilon^2 = 0.58489$)										
1	1.30756									
2	0.63677	0.80382								
3	0.32689	1.02219	0.73782							
4	0.20577	0.51680	1.25648	0.71622						
5	0.08172	0.45935	0.69348	1.49954	0.70646					
6	0.05144	0.21027	0.77146	0.86702	1.74586	0.70123				
7	0.02042	0.16610	0.38251	1.14440	1.03922	1.99353	0.69790			
8	0.01286	0.07294	0.35874	0.59822	1.57958	1.21171	2.24225	0.69606		
9	0.00511	0.05438	0.16845	0.64447	0.85686	2.07675	1.38375	2.49129	0.69468	
10	0.00322	0.02334	0.14401	0.31776	1/03891	1.15853	2.63625	1.55574	2.74060	0.69369
a. ripple 3 dB ($\epsilon = 0.99763$ $\epsilon^2 = 0.99526$)										
1	1.00238									
2	0.70795	0.64490								
3	0.25059	0.92835	0.59724							
4	0.17699	0.40795	1.16912	0.58158						
5	0.06264	0.40475	0.54887	1.41499	0.57443					
6	0.04425	0.16343	0.69910	0.69061	1.66285	0.57070				
7	0.01567	0.14615	0.30002	1.05185	0.83144	1.91155	0.56842			
8	0.01106	0.05648	0.32077	0.47189	1.46670	0.97195	1.16071	0.56695		
9	0.00392	0.04760	0.13139	0.58350	0.67891	1.94384	1.11229	2.41013	0.56592	
10	0.00277	0.01803	0.12776	0.24920	0.94992	0.92107	2.48342	1.25265	2.65974	0.56522

Langkah 7. Forward Process : Desain filter analog sesuai spesifikasi dengan cara analog to analog transformation

$$H(s) = H_n(s) \Big|_{s \rightarrow \dots\dots\dots}$$

FILTER	FORWARD
LPF	$s \rightarrow \frac{s}{\Omega_p}$
HPF	$s \rightarrow \frac{\Omega_p}{s}$
BPF	$s \rightarrow \frac{s^2 + \Omega_{p1}\Omega_{p2}}{s(\Omega_{p2} - \Omega_{p1})}$
BSF	$s \rightarrow \frac{s(\Omega_{p2} - \Omega_{p1})}{s^2 + \Omega_{p1}\Omega_{p2}}$

Langkah 8. Desain filter digital dari filter analog dengan cara analog to digital transformation (bilinear/impulse invarian)

Bilinear Transformation:

$$H(z) = H(s) \Big|_{s \rightarrow 2F_s \frac{z-1}{z+1}}$$

- $H(s)$ didapat dari langkah 7.
- F_s adalah frekuensi sampling dalam satuan Hz.

Impulse Invariance Transformation :

- $H(s)$ yang didapat dari langkah 7 direkayasa matematis terlebih dulu menjadi bentuk berikut:

$$H(s) = \sum_{k=1}^p \frac{A_k}{s - s_k}$$

- Kemudian cari $H(z)$ dengan cara:

$$H(z) = \sum_{k=1}^p \frac{A_k}{1 - e^{s_k T_s} z^{-1}}$$

End